



# **MODELOS FLORESTAIS**

**EDUARDO PAGEL FLORIANO**

**Santa Rosa**

**2007**





## Modelos florestais

Eduardo Pagel Floriano<sup>1</sup>  
Série Cadernos Didáticos

### **ANORGS**

ASSOCIAÇÃO DE PESQUISA, EDUCAÇÃO E PROTEÇÃO AMBIENTAL DO NOROESTE DO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL

Fundada em 17 de maio de 2002.

A ANORGS é uma associação civil sem fins lucrativos;

Tem como principais objetivos: a pesquisa ambiental, a educação ambiental, a proteção ambiental e a melhoria da qualidade de vida do ser humano desta e para as próximas gerações.

A ANORGS atende a todos sem discriminação, realizando e apoiando projetos ambientais.

Floriano, Eduardo Pagel  
Modelos florestais,  
Caderno Didático nº 4, 2ª ed./ Eduardo P. Floriano  
Santa Rosa, 2007.  
21 p.

Ambiente Inteiro.

1. Modelos florestais. 2. Floresta normal. 3. Produção florestal.  
4. Série Didática 1. II. Título.

---

<sup>1</sup> Engenheiro Florestal, M.Sc.; Doutorando do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal da Universidade Federal de Santa Maria, RS.

•  
•  
•  
•  
•

## CONTEÚDO

<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
<b>MODELO PRIMITIVO DE FLORESTA NORMAL.....</b>	<b>3</b>
<b>MODELO DE FLORESTA NORMAL POR CLASSES DE IDADE.....</b>	<b>4</b>
<b>MODELO DE FLORESTA NORMAL COM ICP DIFERENTE POR IDADE.....</b>	<b>9</b>
<b>MODELO DE FLORESTA NORMAL PARA FLORESTAS INEQUIÂNEAS.....</b>	<b>12</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>21</b>

## Introdução

Floresta normal é uma expressão utilizada para designar modelos de produção florestal sustentada ou, simplesmente, modelos florestais.

Johnston *et al.* (1977), informam que os trabalhos mais antigos sobre ordenamento de florestas baseiam a normalização da produção exclusivamente na produtividade.

Quando se fala em sustentabilidade não se pode omitir o primeiro conceito de sustentabilidade conhecido e documentado que foi emitido por Hans Carl von Carlowitz no livro “*Sylvicultura Oeconomica*” em 1713 (Grober, 2002):

“A natureza deve ser obrigatoriamente utilizada com base nas suas características naturais para o bem estar da população, manejada e conservada com cuidado e com a responsabilidade de deixar um bom legado para as futuras gerações.”

Mas, embora Carlowitz já previsse a estruturação da produção de acordo com a capacidade produtiva das florestas, o primeiro modelo de produção sustentada é atribuído a Abetz *apud* Assmann (1972), chamado de Modelo de secção normal de produção, descrito em 1935. O modelo de Abetz, prevê exclusivamente a divisão da área de produção em um número de partes igual ao número de anos da rotação prevista para a floresta de forma que a cada ano uma secção, chamada de secção normal ou ideal, de igual área é colhida. Assim, se a produtividade das áreas fossem iguais e permanentes ao longo do tempo, seriam colhidas quantidades iguais todos os anos. Entretanto, a experiência tem demonstrado que isso quase nunca ocorre em condições naturais. Este modelo também não considera desbastes e é exageradamente simplificado para uso efetivo. Outros modelos, como o de Mantel, embora tenha sido largamente utilizado nos Estados Unidos<sup>1</sup>, não acrescentam muito ao primitivo de Abetz.

Mas, quando se tem 600 hectares e uma rotação de 60 anos, imagina-se imediatamente que se poderia colher 10 hectares a cada ano e este é, na verdade, o ponto de partida do planejamento florestal, que deve ser corrigido pelas demais variáveis do ambiente natural (biológicas e físico-químicas) e do antrópico (culturais, sociais e econômicas) de cada área de produção, considerando-se as técnicas de manejo e culturais empregadas, a capacidade do sítio e o histórico local, entre outros aspectos relevantes do planejamento florestal.

Outros pesquisadores acrescentaram técnicas para regulação da produção, também para florestas inequidêneas e naturais e modelos mais e mais sofisticados foram sendo desenvolvidos.

Liocurt e Mayer desenvolveram equações que em conjunto formam um modelo matemático para balanceamento de florestas inequiâneas (Schneider, 2002).

Markov criou um sistema denominado Matriz de transição, aplicável ao balanceamento de florestas naturais (Schneider, 2002).

A partir de 1960 começaram a ser utilizados modelos de regulação da produção por programação linear (Branco, 1997), úteis no planejamento da produção de áreas de diferentes produtividades e diferentes distâncias do centro de consumo da matéria prima florestal.

Os programas de desenvolvimento de florestas modelo como o da FAO parecem ser o culmínio disso tudo: International Model Forest Network (IMFN); iniciado em 1992, conta atualmente com 32 florestas modelo, instaladas em 12 países (Canadá, EUA, México, Chile, Argentina, Rússia, Japão, China, Myanmar, Tailândia, Filipinas e Indonésia), cobrindo um total de mais de 14 milhões de hectares.

Seja qual for o modelo, é necessário ter conhecimento das áreas de produção e da produtividade de cada uma para regular sua produção e como a natureza nunca concorda com os modelos criados pelo homem, ajustes sempre serão necessários.

Johnston *et al.* (1977) dão a entender que as tentativas de regulação da produção através dos modelos matemáticos criados até a metade do século passado têm sido abandonadas em favor do planejamento geral das áreas de produção para se estabelecer uma produção mínima que toma como base o consumo previsto, utilizando a programação linear como apoio, onde é possível acrescentar todas as variáveis envolvidas como custos, distâncias entre as áreas de produção e centros de consumo, mão-de-obra, entre outros, além dos fatores intrínsecos da floresta como potencial do sítio, área por sítio, etc.

## Modelo primitivo de floresta normal

A regulação da produção através do modelo primitivo é realizada como no exemplo a seguir, onde se considera uma área de 7 hectares em rotação de 7 anos:

Tabela 1 – Exemplo de modelo primitivo de floresta normal

Idade (anos)	IMA = $i$ (m <sup>3</sup> /ha/ano)	ICP (m <sup>3</sup> /ha)	$V_i$ (m <sup>3</sup> /ha)
1	45,0	45,0	45
2	45,0	45,0	90
3	45,0	45,0	135
4	45,0	45,0	180
5	45,0	45,0	225
6	45,0	45,0	270
7	45,0	45,0	315
Total		315,0	1260

IMIC = IMA = ICP = 45,00 m<sup>3</sup>/ha/ano;  $C = V_r = \sum i = 315,00$  m<sup>3</sup>/ha; IMIC =  $V_r / R = 45,00$  m<sup>3</sup>/ha;  $R =$  rotação = 7 anos; Incremento (i):  $i = i_1 + i_2 + \dots + i_{n-1} + i_n$ .

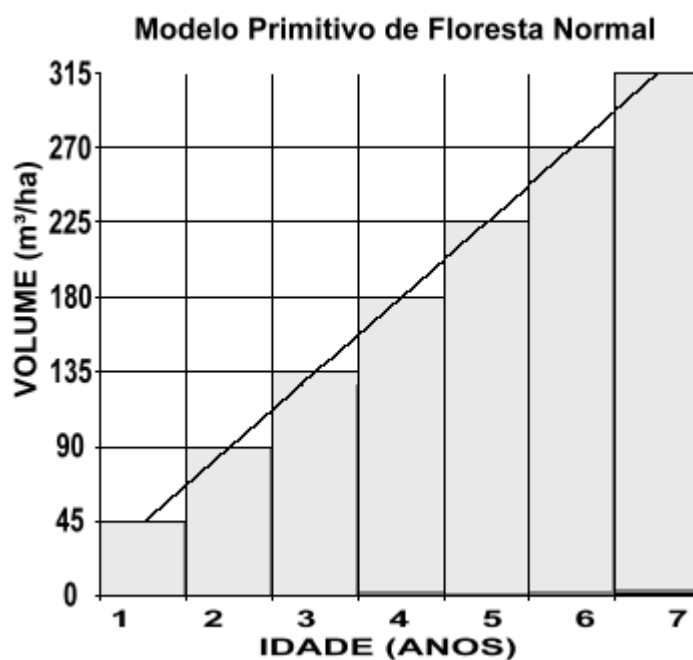


Figura 1 – Divisão de áreas de produção no modelo primitivo de floresta normal.

## Modelo de floresta normal por classes de idade

Neste caso, o intervalo de classes de idade age como multiplicador conforme o exemplo a seguir:

Volume por classe de idade:

$$V_1 = i_1 = \text{IMA} * a$$

$$V_2 = i_1 + i_2, \text{ etc.}$$

Volume na idade de rotação:

$$V_r = i_1 + i_2 + \dots + i_{r-1} + i_r = 315,00 \text{ m}^3/\text{ano}$$

Corte normal (C)

$$C = V_r = \sum i = 315,00 \text{ m}^3/\text{ano}$$

Volume Normal (Vn)

$$V_n = \sum_{i=1}^n V_i, \text{ ou } V_n = R * V_r / 2 = 1102,50 \text{ m}^3/\text{ano}.$$

Em que:  $V_n$  representa todo o volume estocado.

Exemplo:

Incremento:

$$i = i_1 + i_2 + \dots + i_{n-1} + i_n$$

Volume

$$V_1 = i_1 = \text{IMA} * a$$

$$V_2 = i_1 + i_2, \text{ etc.}$$

$$V_r = i_1 + i_2 + \dots + i_{r-1} + i_r$$

Volume Normal (Vn):

$$V_n = \sum_{i=1}^n V_i = 1872,00 \text{ m}^3 \quad (4)$$

$$\text{ou, } V_n = R * V_r / 2 = 1728,00 \text{ m}^3 \quad (5)$$

$V_n$  representa todo o volume estocado.

Corte normal (C)

$$C = V_r = \sum i$$

Considerando-se o exemplo citado:

$$ICP = IMA \cdot a$$

Em que: a=intervalo de classe de idade; IMIC =  $V_r / R = 4,80 \text{ m}^3/\text{ha}$ ; R = rotação = 60 anos;  $V_r$  = Estoque em volume na idade de corte final;  $C = V_r = \sum i = 288,00 \text{ m}^3/\text{ha}$ .

A diferença verificada entre os  $V_n$  se deve ao fato que o  $V_n$  calculado pela fórmula (5) representa a área do triângulo retângulo (Figura 3), enquanto pela fórmula (4) é a soma dos incrementos encontrados na tabela 2.

A taxa de corte pode ser calculada por diferentes fórmulas de inúmeros autores, não sendo nosso objetivo aqui descrevê-las.

Tabela 2 – Floresta normal por classe de idade

Idade (anos)	IMA = i (m <sup>3</sup> /ha/ano)	ICP (m <sup>3</sup> /ha)	Vi (m <sup>3</sup> /ha)
5	4,8	24,0	24
10	4,8	24,0	48
15	4,8	24,0	72
20	4,8	24,0	96
25	4,8	24,0	120
30	4,8	24,0	144
35	4,8	24,0	168
40	4,8	24,0	192
45	4,8	24,0	216
50	4,8	24,0	240
55	4,8	24,0	264
60	4,8	24,0	288
Total		288,0	1872

Deve-se considerar que há um período de colheita e plantio, quando o incremento deve ser considerado nulo. Este período varia conforme as condições locais de manejo. Por exemplo: no regime de talhadia, deve-se considerar o período entre a colheita e o início da brotação; na reforma de eucaliptais, o período até o replantio. A fórmula de Spiedel, a seguir, generaliza como a metade de um ano de crescimento.

Spiedel (1972), indica que povoamentos após a colheita devem ter seu volume calculado por:

$$V_n = V_0 + V_1 + \dots + V_{r-1} = 945 \text{ m}^3 \quad (1)$$

E, povoamentos antes da colheita devem ter seu volume calculado por:

$$V_n = V_0 + V_1 + \dots + V_{r-1} + V_r = 1260 \text{ m}^3 \quad (2)$$

$V_0 \approx \text{zero}$  = volume inicial das árvores no estágio de mudas.

Somando-se as duas expressões e dividindo-se por 2, tem-se:

$$[ 2 V_n = 2 (V_1 + V_2 + \dots + V_{r-1}) + V_r ] / 2$$

$$V_n = V_1 + V_2 + \dots + V_{r-1} + V_r/2 = 1102,5 \text{ m}^3 \quad (3)$$

ou,

$$V_n = \sum_{x=1}^{r-1} V_x + V_{r/2} = 1102,5 \text{ m}^3$$

No caso de classes de idade, o intervalo de classe ( $a$ ) multiplica a expressão (3):

$$V_n = a (V_1 + V_2 + \dots + V_{r-1} + V_r / 2) ,$$

Em que:  $a$  = intervalo de classe de idade.

Ainda, em caso de áreas de diferentes produtividades, há necessidade de ponderação das médias de produção pelas áreas e produtividades (pesos) de cada sítio.

Segundo Schneider (2002), se existir uma função de produção dada por  $Y=f(x)$ , deve-se trabalhar com a integral da função que representa o Volume Normal ( $V_n$ ):

$$V_n = \int_0^{r-1/2} f(x) \cdot dx$$

Exemplo:

Estoque =  $Y = f(x) = a + b x^2$ , em que:  $x = \text{idade}$ .

Derivada 1ª = IMA =  $f'(x) = 2.b.x$

Derivada 2ª = ICP =  $f''(x) = 2.b$

$$Vn = \int_0^{r-1/2} (a + b x^2).dx = a \int 1.dx + b \int x^2.dx$$

$$F(x) = F(a) - F(b) = \left[ a.x + b.x^3/3 \right]_0^{r-1/2}$$

### Modelo de Floresta Normal

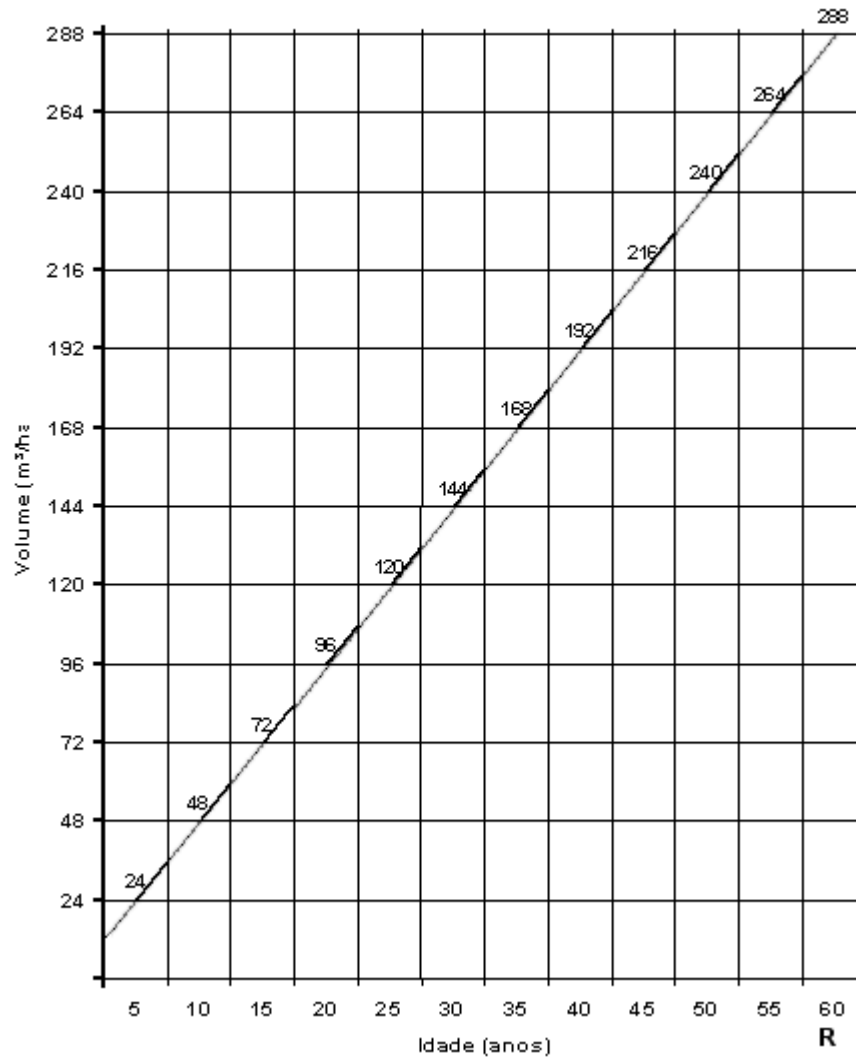


Figura 2 – Modelo de floresta normal considerando classes de idade.

## Modelo de floresta normal com ICP diferente por idade

A evolução do modelo levou a se considerar os incrementos reais ocorridos por classe de idade.

O exemplo a seguir exemplifica a forma de cálculo do volume normal de corte:

Tabela 3 – Floresta normal com classes de idade

Idade (anos)	Estoque (m <sup>3</sup> /ha)	Desbaste (m <sup>3</sup> /ha)	Produção Desbaste (m <sup>3</sup> /ha)	Produção (m <sup>3</sup> /ha)	ICP (m <sup>3</sup> /ha)	ICP estoque (m <sup>3</sup> /ha)	IMA (m <sup>3</sup> /ha)	IMA estoque (m <sup>3</sup> /ha)
15	64	21	21	85,0	5,67	4,27	5,67	4,27
20	126	8	29	155,0	14,00	12,40	7,75	6,30
25	174	23	52	226,0	14,20	9,60	9,04	6,96
30	210	25	77	287,0	12,20	7,20	9,57	7,00
35	238	28	105	343,0	11,20	5,60	9,80	6,80
40	258	32	137	395,0	10,40	4,00	9,88	6,45
45	272	34	171	443,0	9,60	2,80	9,84	6,04
50	282	35	206	488,0	9,00	2,00	9,76	5,64
55	287	37	243	530,0	8,40	1,00	9,64	5,22
60	288	38	281	569,0	7,80	0,20	9,48	4,80
Totais		281		569,0				

### INCREMENTOS:

$$IMA_n = (V_n + \sum Desb) / n$$

Em que:  $V_n$  = volume de estoque na idade  $n$ ;

$$IMA_n \text{ estoque} = (V_n) / n; \quad ICP_n = ((V_n + \sum Desb_n) - (V_{n-a} + \sum Desb_{n-a})) / a$$

Em que:  $a$  = intervalo de classe de idade;  $ICP_n \text{ estoque} = (V_n - V_{n-a}) / a$

$$IMIC = \text{Volume na idade de corte} / \text{rotação} = 4,8 \text{ m}^3/\text{ha}/\text{ano}.$$

### VOLUME NORMAL:

$$V_n = a ( V_1 + V_2 + \dots + V_{n-a} + V_n/2 ) / n = 171,00 \text{ m}^3/\text{ha}; \text{ ou, } V_n = r^2 \cdot IMIC / 2 = 144,00 \text{ m}^3/\text{ha}.$$

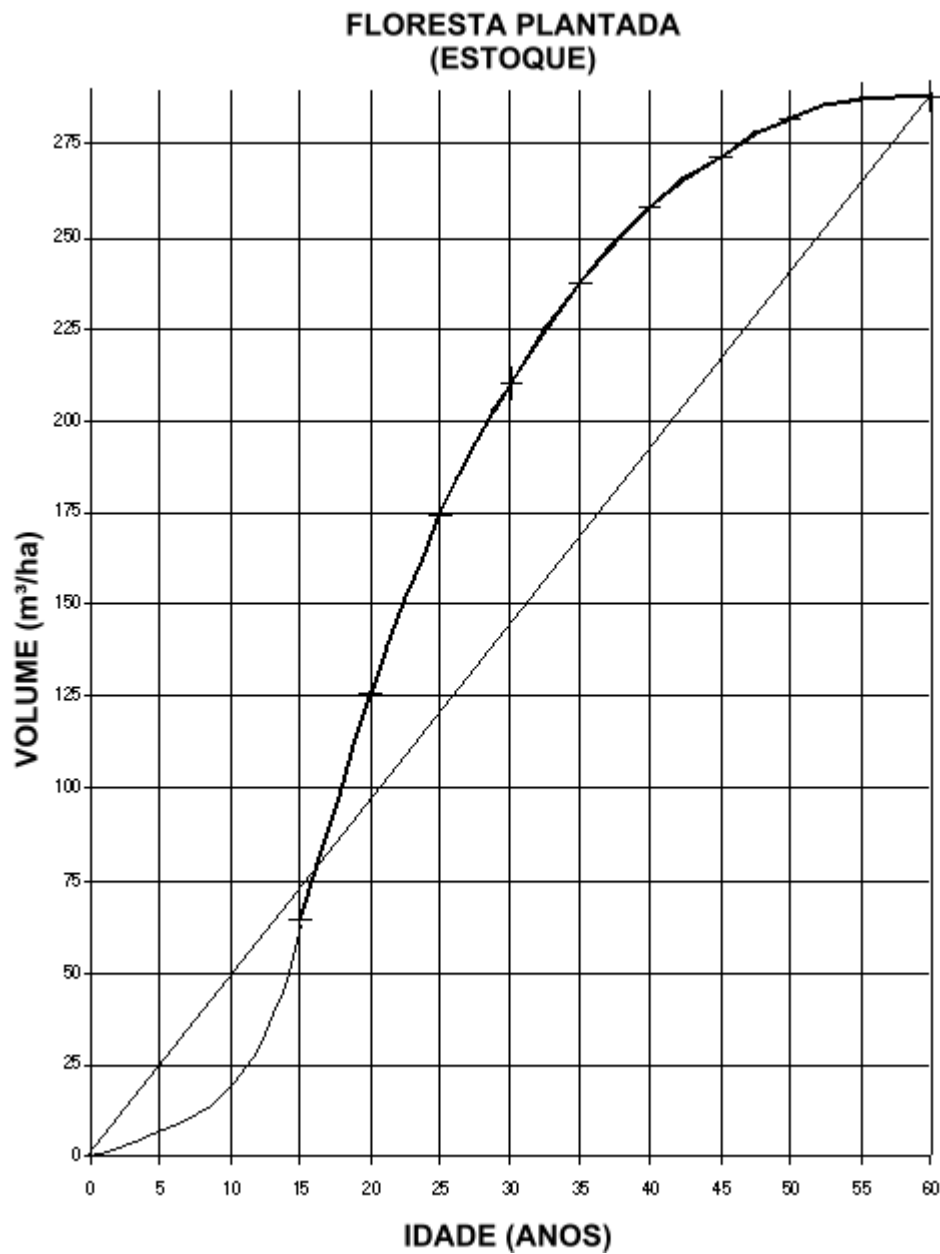


Figura 3 – Floresta normal considerando ICP diferente por idade (Cálculo do  $V_n$  sob a curva e pela área do triângulo).

Neste caso a diferença entre os dois  $V_n$  se acentua; qual usar? A primeira fórmula, do somatório, representa o real, enquanto a segunda é apenas uma aproximação pela área do triângulo (ver figura 3).

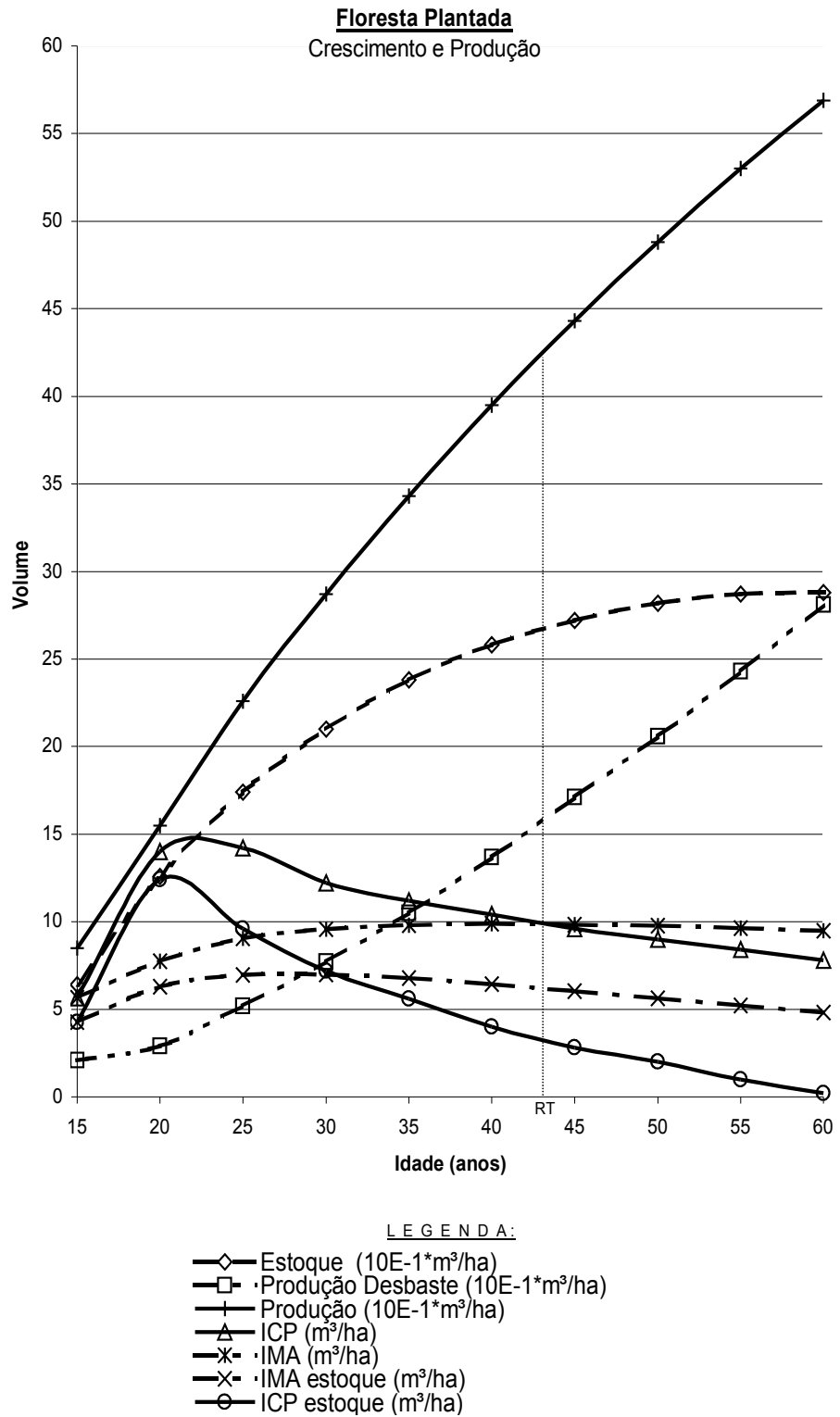


Figura 4 – Floresta normal considerando ICP diferente por idade (produção e crescimento).

## Modelo de floresta normal para florestas inequidâneas

Em 1898 Liocurt estabeleceu um esquema de regulação de cortes para florestas irregulares, estabelecendo um quociente (q) da seguinte forma:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{N_2}{N_3} = \frac{N_3}{N_4} = q$$

Mayer observou que a distribuição do número de árvores (Ni) por classe de DAP (di) segue um padrão dado pela função:

$$N_i = K \cdot e^{-a \cdot d_i}$$

Em que: "K" e "a" são parâmetros a estimar para cada povoamento.

O ajustamento das freqüências também pode ser realizado pela função Beta.

Dos dois métodos, resultou um método para balanceamento de florestas inequidâneas que é exemplificado a seguir.

•  
•  
•  
•  
•

Tabela 4 - Balanceamento de floresta inequiânea pelo método de Meyer-Liocurt

Classe	DAP cm (di)	Alt m	FF	Povoamento Atual			Povoamento Balanceado			Povoamento Final			Corte de Regulação		
				Freq. Obs. n/ha (Ni)	Área Basal m²/ha (Gi)	Estoque m³/ha (Vi)	Freq. Balan. n/ha (Ni)	Área Basal m²/ha (Gi)	Estoque m³/ha (Vi)	Freq. Final n/ha (Ni)	Área Basal m²/ha (Gi)	Estoque m³/ha (Vi)	Freq. Excluída n/ha (Ni)	Área Basal m²/ha (Gi)	Volume m³/ha (Vi)
1	21,6	7,50	0,62	71,63	2,6248	12,16121	48,90	1,7920	8,3026	48,90	1,7920	8,3026	<b>22,7300</b>	<b>0,8328</b>	<b>3,8586</b>
2	26,6	8,10	0,65	36,51	2,0289	10,69871	35,94	1,9971	10,5309	35,94	1,9971	10,5309	<b>0,5730</b>	<b>0,0318</b>	<b>0,1678</b>
3	31,6	8,68	0,68	22,79	1,7873	10,56852	26,41	2,0712	12,2471	22,79	1,7874	10,5688	0,0000	0,0000	0,0000
4	36,6	9,22	0,71	22,79	2,3977	15,69710	19,41	2,0418	13,3671	19,41	2,0418	13,3671	<b>3,3830</b>	<b>0,3559</b>	<b>2,3300</b>
5	41,6	9,73	0,74	12,79	1,7384	12,46086	14,26	1,9384	13,8945	12,79	1,7384	12,4608	0,0000	0,0000	0,0000
6	46,6	10,20	0,76	6,28	1,0711	8,32389	10,48	1,7875	13,8911	6,28	1,0711	8,3237	0,0000	0,0000	0,0000
7	51,6	10,64	0,79	2,79	0,5834	4,87229	7,70	1,6106	13,4506	2,79	0,5834	4,8726	0,0000	0,0000	0,0000
8	56,6	11,04	0,81	2,56	0,6441	5,73491	5,66	1,4240	12,6792	2,56	0,6441	5,7351	0,0000	0,0000	0,0000
9	61,6	11,41	0,83	2,56	0,7629	7,18923	4,16	1,2395	11,6807	2,56	0,7629	7,1896	0,0000	0,0000	0,0000
10	66,6	11,74	0,84	0,47	0,1637	1,62175	3,06	1,0648	10,5484	0,47	0,1637	1,6221	0,0000	0,0000	0,0000
11	71,6	12,04	0,85	0,70	0,2818	2,88488	2,25	0,9043	9,2581	0,70	0,2818	2,8854	0,0000	0,0000	0,0000
12	76,6	12,31	0,86	0,23	0,1060	1,12218	1,65	0,7606	8,0525	0,23	0,1060	1,1221	0,0000	0,0000	0,0000
13	81,6	12,54	0,87	0,23	0,1203	1,31264	1,21	0,6343	6,9213	0,23	0,1203	1,3124	0,0000	0,0000	0,0000
14	86,6	12,74	0,88	0,93	0,5478	6,14115	0,89	0,5250	5,8857	0,89	0,5250	5,8857	<b>0,0387</b>	<b>0,0228</b>	<b>0,2554</b>
15	91,6	12,90	0,88	0,23	0,1516	1,72129	0,66	0,4317	4,9011	0,23	0,1516	1,7209	0,0000	0,0000	0,0000
16	96,6	13,03	0,89	0,00	0,0000	0,00000	0,48	0,3528	4,0915	0,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
17	101,6	13,13	0,89	0,23	0,1865	2,17869	0,35	0,2868	3,3502	0,23	0,1865	2,1783	0,0000	0,0000	0,0000
18	106,6	13,19	0,89	0,00	0,0000	0,00000	0,26	0,2320	2,7226	0,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
19	111,6	13,21	0,90	0,23	0,2280	2,71110	0,19	0,1869	2,2219	0,19	0,1869	2,2219	<b>0,0390</b>	<b>0,0411</b>	<b>0,4892</b>
20	116,6	13,20	0,90	0,00	0,0000	0,00000	0,14	0,1499	1,7812	0,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
21	121,6	13,16	0,90	0,00	0,0000	0,00000	0,10	0,1198	1,4190	0,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
22	126,6	13,08	0,91	0,23	0,2895	3,44620	0,08	0,0954	1,1360	0,08	0,0954	1,1360	<b>0,1542</b>	<b>0,1941</b>	<b>2,3102</b>
<b>Soma</b>	<b>1630</b>	<b>252,8</b>		<b>184,18</b>	<b>15,7138</b>	<b>110,84661</b>	<b>184,24</b>	<b>21,6463</b>	<b>172,3332</b>	<b>157,2650</b>	<b>14,2354</b>	<b>101,4360</b>	<b>26,9150</b>	<b>1,4787</b>	<b>9,4113</b>
<b>Média</b>	<b>58,2</b>	<b>8,5</b>			<b>0,0853</b>	<b>0,60184</b>		<b>0,1175</b>	<b>0,9354</b>		<b>0,0905</b>	<b>0,6450</b>		<b>0,0549</b>	<b>0,3497</b>

As fórmulas utilizadas na determinação da floresta balanceada, de acordo com Schneider (1979), são:

$$N_i = K \cdot e^{-a \cdot D_i} \Rightarrow \text{Equação de Meyer}$$

$$a = \ln q / h$$

$D_i$  = centro de classe de DAP.

$q = e^{-b \cdot h}$ ,  $q$  = quociente de Liocurt e  $h$  = intervalo de classe de  $D_i$ .

$\ln N_i = b_0 + b_1 \cdot D_i$ ,  $N_i$  = Freqüência da classe  $i$ .

$$K = \text{Densidade} / (\sum (C_1 + C_2 \cdot D_i + C_3 \cdot D_i^2) \cdot e^{-D_i \cdot (\ln q) / h})$$

$$\text{Densidade} = C_1 \cdot \sum N_i + C_2 \cdot \sum N_i \cdot D_i + C_3 \cdot \sum N_i \cdot D_i^2$$

$$G_i = Y = C_1 + C_2 \cdot D_i + C_3 \cdot D_i^2, G_i = \text{área basal da classe.}$$

$\ln N_i = b_0 + b_1 \cdot D_i$ , em que:  $D_i$  = centro de classe de DAP.

$$y_i = b_0 + b_1 \cdot x_i$$

$$\begin{matrix} b_0: & \begin{pmatrix} 22 & 1188,8 \\ 1188,8 & 93858,08 \end{pmatrix} & = & \begin{pmatrix} 11,41 \\ -191,75 \end{pmatrix} \\ b_1: & & = & \end{matrix}$$

$$b_0 = 4,703183997$$

$$b_1 = -0,061613225$$

$q = 1,360790971 = \text{EXP}(-b_1 \cdot h)$ , em que:  $h$  = intervalo de classe de DAP

$$a = 0,061613225$$

Coefficientes  $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$ :

$$Y = C_1 + C_2 \cdot D_i + C_3 \cdot D_i^2 - \text{onde } Y = G_i$$

$$\begin{matrix} C_1: & \begin{pmatrix} N & D_i & D_i^2 \\ D_i & D^2 & D_i^3 \\ D_i^2 & D_i^3 & D_i^4 \end{pmatrix} & = & \begin{pmatrix} Y \\ Y \cdot D_i \\ Y \cdot D_i^2 \end{pmatrix} \\ C_2: & & = & \\ C_3: & & = & \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} C_1: & \begin{pmatrix} 22 & 1188,8 & 93858,08 \\ 1188,8 & 93858,08 & 8376212,53 \\ 93858,08 & 8376212,5 & 812890459,4 \end{pmatrix} & = & \begin{pmatrix} 15,46 \\ 652,54 \\ 34359,58 \end{pmatrix} \\ C_2: & & = & \\ C_3: & & = & \\ \text{Det} = & 2,85477E+13 & & \end{matrix}$$

**Floresta Natural**

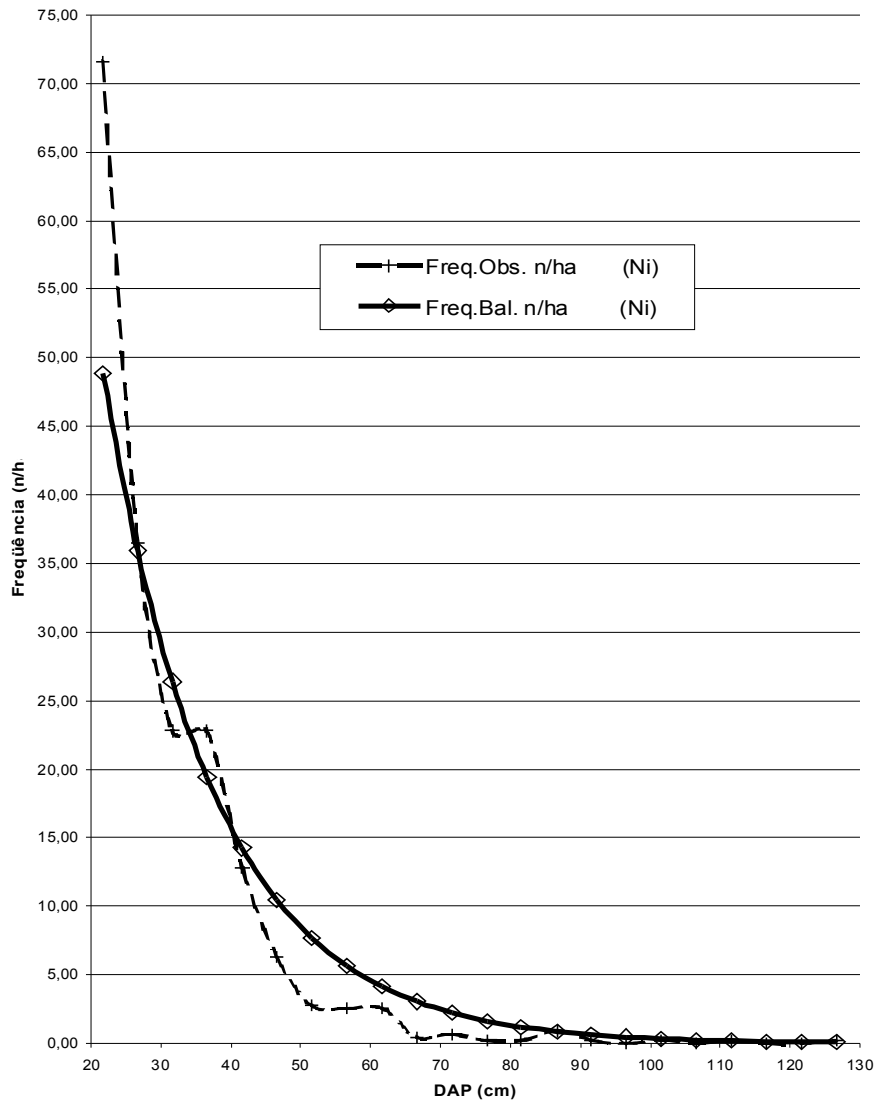


Figura 5 – Distribuição de freqüências naturais e balanceadas em floresta inequiânea.

15,46	1188,8	93858,08
652,54	93858,08	8376212,528
34359,58	8376212,53	812890459,4

C1= 0,586963044

22	15,46	93858,08
1188,8	652,54	8376212,528
93858,08	34359,58	812890459,4

C2= 0,022309092

$$\begin{vmatrix} 22 & 1188,8 & 15,46 \\ 1188,8 & 93858,08 & 652,54 \\ 93858,08 & 8376212,53 & 34359,58 \end{vmatrix}$$

$$C3 = -0,000255382$$

$$\text{Densidade} = C1 \cdot (\text{Soma Ni}) + C2 \cdot (\text{Soma Ni} \cdot \text{Di}) + C3 \cdot (\text{Soma Ni} \cdot \text{Di}^2)$$

$$\text{Densidade} = 182,8774729$$

$$K = \text{densidade} / (\text{Soma } (C1 + C2 \cdot \text{Di} + C3 \cdot \text{Di}^2) \cdot \text{Exp}(-\text{Di}) \cdot (\ln q) / h)$$

$$K = 185,059856$$

$$V = b_0 + b_1 \cdot X + b_2 \cdot X^2$$

$$\begin{matrix} b_0: \\ b_1: \\ b_2: \end{matrix} \begin{pmatrix} 18 & 1188,8 & 93858,08 \\ 1188,8 & 93858,08 & 8376212,53 \\ 93858,08 & 8376212,5 & 812890459,4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11,64 \\ 1188,80 \\ 78791,65 \end{pmatrix}$$

Det = 4,00605E+12

$$b_0 = \begin{vmatrix} 11,64 & 1188,8 & 93858,08 \\ 1188,80 & 93858,08 & 8376212,528 \\ 78791,65 & 8376212,53 & 812890459,4 \end{vmatrix} = -13,06217486$$

$$b_1 = \begin{vmatrix} 18 & 11,64 & 93858,08 \\ 1188,8 & 1188,80 & 8376212,528 \\ 93858,08 & 78791,65 & 812890459,4 \end{vmatrix} = 0,433557317$$

$$b_2 = \begin{vmatrix} 18 & 1188,8 & 11,64 \\ 1188,8 & 93858,08 & 1188,80 \\ 93858,08 & 8376212,53 & 78791,65 \end{vmatrix} = -0,002862361$$

Para o ajuste com o SAS System foi utilizado o seguinte programa SAS:

```
Data a;
input di h ff Ni; cards;
21.6 7.50 0.62 71.63
26.6 8.10 0.65 36.51
31.6 8.68 0.68 22.79
36.6 9.22 0.71 22.79
41.6 9.73 0.74 12.79
46.6 10.20 0.76 6.28
51.6 10.64 0.79 2.79
56.6 11.04 0.81 2.56
61.6 11.41 0.83 2.56
66.6 11.74 0.84 0.47
71.6 12.04 0.85 0.70
76.6 12.31 0.86 0.23
81.6 12.54 0.87 0.23
86.6 12.74 0.88 0.93
91.6 12.90 0.88 0.23
96.6 13.03 0.89 0.00
101.6 13.13 0.89 0.23
106.6 13.19 0.89 0.00
111.6 13.21 0.90 0.23
116.6 13.20 0.90 0.00
121.6 13.16 0.90 0.00
126.6 13.08 0.91 0.23
;
proc model data=a;
parms K=185.059856 a=0.061613225; * iniciar com os valores estimados;
Eadi = EXP(-a*di);
Ni = K * Eadi;
DER.K = Eadi;
DER.a = K*di*Eadi;
Fit Ni;
data b;
do di=21.6 to 126.6 by 5;
K=185.059856;
a=0.061613225;
Ni_Mayer = K * exp(- a * di);
output;
end;
data c;
do di=21.6 to 126.6 by 5;
K=550.2;
a=0.0964;
Ni_SAS = K * exp(- a * di);
output;
end;
proc sort data=a; by di;
proc sort data=b; by di;
proc sort data=c; by di;
data d;
merge a b c; by di;
proc print data=d noobs;
proc gplot data=d;
symbol1 cv=blue i=join;
symbol2 cv=red i=join;
symbol3 cv=black i=join;
plot Ni*di Ni_Mayer*di Ni_SAS*di / overlay legend;
run; quit;
```

Como resultado foram obtidos valores diferentes para os parâmetros ( $K=550.2738$  e  $a=0.096365$ ) e estimativas de Ni também diferentes, conforme quadro a seguir:

<b>di</b>	<b>h</b>	<b>ff</b>	<b>Ni</b>	<b>K</b>	<b>a</b>	<b>Ni_Mayer</b>	<b>Ni_SAS</b>
21.6	7.50	0.62	71.63	550.2	0.0964	48.9028	68.5828
26.6	8.10	0.65	36.51	550.2	0.0964	35.9370	42.3531
31.6	8.68	0.68	22.79	550.2	0.0964	26.4089	26.1550
36.6	9.22	0.71	22.79	550.2	0.0964	19.4070	16.1520
41.6	9.73	0.74	12.79	550.2	0.0964	14.2616	9.9746
46.6	10.20	0.76	6.28	550.2	0.0964	10.4804	6.1598
51.6	10.64	0.79	2.79	550.2	0.0964	7.7017	3.8040
56.6	11.04	0.81	2.56	550.2	0.0964	5.6597	2.3491
61.6	11.41	0.83	2.56	550.2	0.0964	4.1591	1.4507
66.6	11.74	0.84	0.47	550.2	0.0964	3.0564	0.8959
71.6	12.04	0.85	0.70	550.2	0.0964	2.2460	0.5532
76.6	12.31	0.86	0.23	550.2	0.0964	1.6505	0.3417
81.6	12.54	0.87	0.23	550.2	0.0964	1.2129	0.2110
86.6	12.74	0.88	0.93	550.2	0.0964	0.8913	0.1303
91.6	12.90	0.88	0.23	550.2	0.0964	0.6550	0.0805
96.6	13.03	0.89	0.00	550.2	0.0964	0.4814	0.0497
101.6	13.13	0.89	0.23	550.2	0.0964	0.3537	0.0307
106.6	13.19	0.89	0.00	550.2	0.0964	0.2599	0.0189
111.6	13.21	0.90	0.23	550.2	0.0964	0.1910	0.0117
116.6	13.20	0.90	0.00	550.2	0.0964	0.1404	0.0072
121.6	13.16	0.90	0.00	550.2	0.0964	0.1032	0.0045
126.6	13.08	0.91	0.23	550.2	0.0964	0.0758	0.0028

***The MODEL Procedure***

Model Summary	
Model Variables	1
Parameters	2
Equations	1
Number of Statements	1

Model Variables	Ni
Parameters(Value)	K(185.059856) a(0.061613225)
Equations	Ni

The Equation to Estimate is	
Ni =	F(K, a)

NOTE: At OLS Iteration 4 CONVERGE=0.001 Criteria Met.

***The MODEL Procedure  
OLS Estimation Summary***

Data Set Options	
DATA=	A

Minimization Summary	
Parameters Estimated	2
Method	Gauss
Iterations	4

Final Convergence Criteria	
R	0.000192
PPC(K)	0.000113
RPC(K)	0.001611
Object	0.000024
Trace(S)	5.503504
Objective Value	5.003186

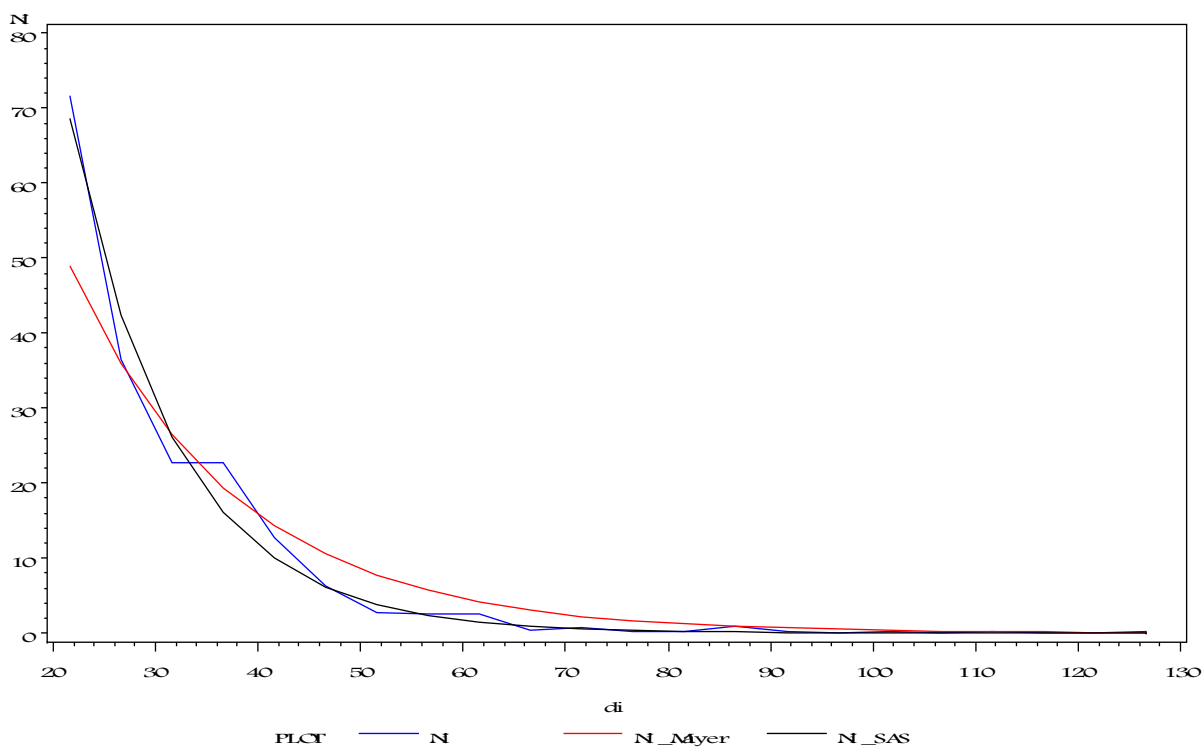
Observations Processed	
Read	22
Solved	22

*The MODEL Procedure*

Nonlinear OLS Summary of Residual Errors							
Equation	DF Model	DF Error	SSE	MSE	Root MSE	R-Square	Adj R-Sq
Ni	2	20	110.1	5.5035	2.3460	0.9822	0.9813

Nonlinear OLS Parameter Estimates				
Parameter	Estimate	Approx Std Err	t Value	Approx Pr >  t
K	550.2738	74.5966	7.38	<.0001
a	0.096365	0.00538	17.90	<.0001

Number of Observations		Statistics for System	
Used	22	Objective	5.0032
Missing	0	Objective*N	110.0701



## Referências bibliográficas

ASSMANN, Ernest. **The Principles of forest yield study**. [Braunschweig]: Pergamon Press, 1970.

BRANCO, Rui. **A utilização da programação linear na simulação de regimes de manejo em função da produtividade e localização dos povoamentos florestais**. Dissertação (PPGCF) – Curitiba: UFPR, 1997.

GROBER, Ulrich. **Von Kursachsen Nach Rio - Ein Lebensbild über den Erfinder der Nachhaltigkeit Hannß Carl Edler von Carlowitz und die Wegbeschreibung eines Konzeptes** - aus der Silberstadt Freiberg. Disponível em: <[http://www.forschungsheim.de/fachstelle/arb\\_carl.htm](http://www.forschungsheim.de/fachstelle/arb_carl.htm)>. Acesso em: 5/nov/2002.

JOHNSTON, D.R.; GRAYSON, A.J.; BRADLEY, R.T. **Planeamento Florestal**. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, tradução de J. S. Sampaio, 1977.

SCHNEIDER, Paulo R. **Manejo florestal: planejamento da produção florestal**. Santa Maria: UFSM, 2002.

SCHNEIDER, Paulo R. **Manejo florestal: Exercício nº 4**. Santa Maria: UFSM, exercícios da disciplina de manejo florestal, 1979.